

УДК 519.3

ДО МОДЕЛЮВАННЯ БІОМЕХАНІЧНИХ КОНСТРУКЦІЙ З М'ЯКИМИ ПРОШАРКАМИ

Т. Мандзюк, В. Вовк

*Львівський національний університет імені Івана Франка,
вул. Університетська, 1, Львів, 79000, e-mail: kis@franko.lviv.ua*

Намагання закласти в досліджувану модель якомога більше властивостей її реального прототипу не завжди приводять до очікуваного результату. Кваліфіковане моделювання складних систем передбачає попередні оцінки взаємовпливу їхніх головних параметрів. Зокрема, у дослідженнях біомеханічних систем часто трапляються проблеми врахування взаємодії елементів різної жорсткості. Типовим об'єктом таких задач є людський зуб з шаром м'якого періодонту, який розділяє досить тверді дентин кореня та кістку альвеолярного ложа. Тонкість прошарку провокує на спрощення його моделювання, починаючи від повного ігнорування до заміни певними контактними співвідношеннями. З іншого боку, надмірно ускладнені моделі потребують невиправдано високих затрат обчислювальних ресурсів.

З використанням високоточних скінчено-елементних моделей тривимірної задачі теорії пружності оцінено вплив рівня жорсткості шару періодонту на якісну картину напружено-деформованого стану системи зуб-щелепа в умовах функціонального навантаження. Крім підтвердження повної неспроможності моделювання живого зуба без врахування геометричних і фізико-механічних параметрів періодонту, констатовано оптимальність визначених Природою показників його жорсткості щодо демпфуючих властивостей парадонтальних тканин.

Ключові слова: біомеханіка у стоматології, 3D метод скінчених елементів, багатозарові структури.

1. ВСТУП

Головним мотивом використання м'яких елементів у жорстких конструкціях є розділення та демпфування взаємодії твердих працюючих поверхонь, які при безпосередньому контакті схильні до взаєморуйнування. У більшості створених людиною матеріалів та механізмів демпфувальні елементи мають прості геометричні форми, для яких у теорії пружності, зокрема у механіці композитів, вдалось знайти доволі ефективні схеми просторового усереднення модулів пружності різних за твердістю шарів. Однак використані там підходи принципово опираються на класичність форм досліджуваних об'єктів, наприклад, шаруватих пластин та оболонки. Складна неканонічна геометрія біологічних конструкцій дає змогу визначати лише локальні залежності модулів пружності від просторових координат. Це зумовлює потребу у використанні числових методів, які допомагають достатньо точно відтворювати внутрішню шарувату будову об'єкта.

Практично важливим напрямом складних задач біомеханіки є сфера стоматології. Висока твердість функціональних компонент зубощелепної системи людини дає підстави розраховувати на ефективне застосування вже добре розвинутого апарата механіки твердого тіла. Втім, перші ж спроби залучення до аналізу цих задач співвідношень теорії опору матеріалів і теорії пружності виявили критичну залежність отримуваних розв'язків від точності моделювання геометрії

досліджуваних об'єктів. Через це серед сіткових підходів найбільшу популярність отримали скінчено-елементні моделі, які добре відтворюють нерегулярні форми людського зуба. Значні труднощі становлять лише їхня надзвичайна громіздкість і трудозатратність, які треба узгоджувати з наявними потужностями обчислювальної техніки.

Окрему проблему в моделюванні зубощелепної системи становить прошарок періодонту, за допомогою якого корінь зуба утримується в альвеолярній лунці. У живому зубі його матеріал доволі м'який, що захищає пористий матеріал кістки від руйнування значно твердішим дентином кореня. Попри відносну тонкість шару періодонту його вплив на загальний розподіл внутрішніх напружень у системі загально визнаний. Значення цього впливу з використанням різноманітних підходів оцінюється у багатьох працях, наприклад [3, 4, 8]. Суттєві розходження у висновках свідчать про значну залежність розв'язків від вибору певної математичної моделі. Отож, адекватні оцінки варто очікувати лише при досягненні моделлю деякого на сьогодні ще остаточно не виявленого критичного рівня складності. Наша праця – один із кроків на цьому шляху.

В умовах тривимірної моделі теорії пружності досить детально відтворено геометрію внутрішньої багатоплощинної структури зуба. На відміну від багатьох сучасних праць з цієї тематики, котрі застосовують готові універсальні програмні комплекси, дослідження проведено на власному програмному забезпеченні. Це дало змогу спеціалізувати якісні параметри скінчено-елементної моделі системи зубощелепа в напрямі використання високоточних апроксимацій МСЕ на сітках, які спрямовано згущувались в місцях концентрацій напруженого стану.

З достатньою точністю оцінено вплив періодонту саме з позицій внутрішньої взаємодії шарів зуба, що особливо важливо в умовах значної різниці в їхній твердості.

Отримані в роботі результати ставлять під сумнів будь-які висновки досліджень математичних моделей, які не враховують малу жорсткість прошарку періодонту.

2. МАТЕРІАЛ І МЕТОДИ ДОСЛІДЖЕНЬ

2.1. Фізична модель

За допомогою прямокутного паралелепіпеда виділимо область, що охоплює різець і частину верхньої щелепи, яка безпосередньо з ним контактує (див. рис.1).

Висоту паралелепіпеда підберемо так, щоб він вирізав область кістки щелепи (далі кореня) на висоту приблизно в третину його довжини. Фронтальну та лінгвальну частину альвеолярного відростка паралелепіпед охоплюються повністю, а його боками зубна дуга ділиться по серединах відстані до сусідніх зубів.

Взаємодію вирізаного сегмента з рештою області змодельємо умовами відсутності переміщень у напрямі осі зубної дуги на бокових гранях паралелепіпеда та жорстким закріпленням його нижньої грані.

Внутрішня структура досліджуваної системи охоплює емаль коронки зуба, дентин, пульпу, альвеолярну частину кістки щелепи та шар періодонту. Матеріали фізичної моделі приймаємо ізотропними з такими пружними показниками:

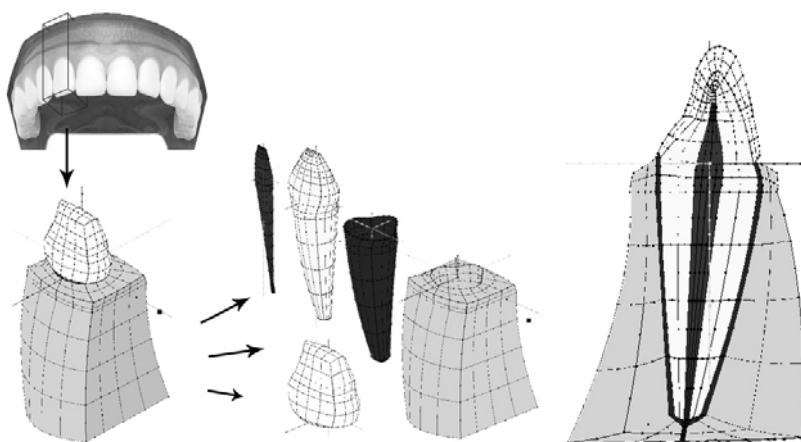


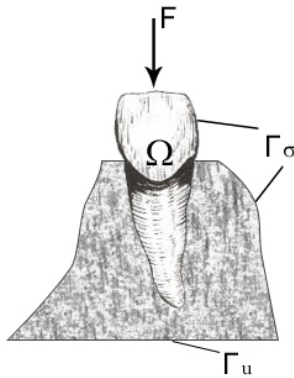
Рис. 1. Конструктивна схема фізичної моделі різця

Шари зуба	Модуль Юнга (МПа)	Стала Пуасона
Кістка	2×10^3	0,3
Емаль	8×10^4	0,3
Дентин	2×10^4	0,3
Пульпа	2,03	0,45
Періодонт	$5 \times 10^0 - 2 \times 10^4$	0,45

Абсолютна більшість відомих публікацій із застосування МСЕ для розрахунку напруженого стану стоматологічних об'єктів опирається на використання вже готових програмних МСЕ-пакетів: ANSYS, SOLIDWorks, COSMOSWorks та ін. Втім, за доволі широку їхню універсальність щодо геометрії досліджуваних об'єктів доводиться платити надмірними затратами на відтворення скінчено-елементними моделями специфічних форм зубощелепної системи. Через це відповідність моделей деталям реальної геометрії (особливо внутрішніх шарів) у багатьох дослідженнях могла б бути ліпшою. Частково проблему вирішують за допомогою технологій 3D сканування, але значною перепорою на цьому шляху залишається недоступність для нього внутрішніх структур багат шарової конструкції зуба. Особливого загострення питання побудови сітки скінчених елементів набуває за потреби проведення низки числових експериментів для пошуку оптимальних геометрій протезних конструкцій. Автори зробили висновок, що комплексний аналіз задач біомеханіки в стоматології потребує наявності спеціалізованого під цю область інструментарію. Отож, всі наведені результати отримали з використанням власного програмного забезпечення.

2.2. Математична модель

Нехай досліджувана система займає тривимірну зв'язну область Ω з кусково-гладкою границею $\Gamma = \Gamma_\sigma \cup \Gamma_u$. Використання співвідношень теорії пружності приводить до такої крайової задачі: знайти вектор переміщень $u = (u_x, u_y, u_z) \in \Omega$, компоненти тензорів напружень і деформацій $\sigma_{ij}, \varepsilon_{ij}$ такі, що задовольняють:



$$\frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} = 0 \quad \text{в } \Omega \quad \text{рівняння рівноваги}$$

$$\sigma_{ij} = \partial \varepsilon_{ij} \quad \text{в } \Omega \quad \text{закон Гука}$$

$$\sigma_{ij} \cos(n, x_i) = F_j \quad \text{на } \Gamma_\sigma \quad \text{умови навантаження}$$

$$u_{x_i} = 0 \quad \text{на } \Gamma_u \quad \text{умови закріплення}$$

Умови контакту емалі з їжею забезпечують абсолютне переважання нормальних напружень на її поверхні над дотичними, тому зазначені умови навантаження на зуб моделюють нормальний до поверхні контакту тиск.

Умови закріплення охоплюють повну відсутність переміщень точок нижнього зрізу розглядуваної області та нульові переміщення точок бокових зрізів у напрямі нормалі до їхньої площини.

Для застосування МСЕ з використанням методу Гальоркіна побудовано відповідний варіаційний аналог цієї задачі. Апроксимацію переміщень у ньому виконано з використанням ізопараметричних сирендипових апроксимацій другого порядку на криволінійних шестигранниках [92].

2.3. Програмне забезпечення

Принципова задача, яку розв'язували для отримання результатів, що публікуються, - це розробка спеціалізованого до складної геометрії стоматологічних об'єктів алгоритму побудови сітки скінчених елементів. Він повинен враховувати специфічні для цієї області проблеми.

1. Мінімально достатні скінчено-елементні моделі багат шарових тривимірних конструкцій балансують на грані можливостей доступних на сьогодні обчислювальних установок.
2. Жорсткі обмеження на густину сітки призводять до вимушеного збільшення розмірів деяких скінчених елементів в окремих напрямках, що робить апроксимацію розв'язків на них надто чутливою до форми елементів.
3. Нестійкість просторових апроксимацій внаслідок грубої дискретизації є джерелом появи несправжніх концентрацій напруженого стану. В тривимірних тілах їхній пошук і перевірка у край затратні, найбільше через необхідність рекурентної процедури корекції сітки скінчених елементів.

В основу гнучкості алгоритму просторової дискретизації у розробленому авторами спеціалізованому програмному забезпеченні DENTA-FEM.3D покладено властивість ізопараметричності використаних у ньому сирендипових апроксимацій. Вони забезпечують простий і надійний механізм поділу довільного криволінійного шестигранника (суперелемента) на скінчені елементи. Це дає змогу подати досліджуваний об'єкт у вигляді простого набору суперелементів, а алгоритм їхнього об'єднання в єдину сітку зробити рекурсивним. Задача спеціалізації вхідних під геометрію стоматологічних об'єктів на рівні інтерфейсу користувача автоматизується. Крім того, сирендипові апроксимації завдяки серединним вузлам легко h-адаптують сітку елементів до структури напруженого стану, що вкрай важливо в умовах дефіциту обчислювальних ресурсів.

Ми подали результати дослідження системи стоматологічних шарів, яка засобами DENTA-FEM.3D описується множиною з 65 суперелементів (рис. 2, а), на

основі яких згенеровано сітку з 1264 скінчених елементів (5756 вузлів) (рис. 2, б). Передбачена можливість згущення сітки для уточнення результатів у потрібних областях: максимальні напруження, тонкі стінки твердих шарів, стики різних середовищ тощо.

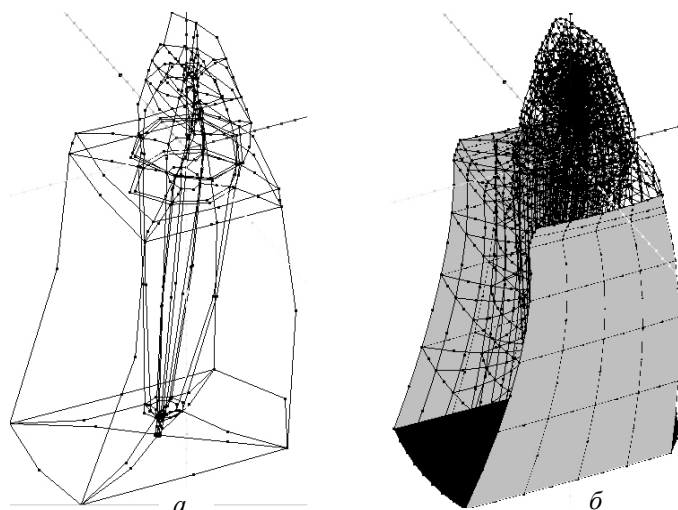


Рис. 2. Опис системи: а) множина з 65 суперелементів; б) сітка з 1264 скінчених елементів

Експериментуватимемо з двома головними напрямками прикладення зусиль, які репрезентують фізіологічні процеси жування: вертикальні та горизонтальні. Для цього на відповідних ділянках оклюзивної області емалі (рис. 3) задаватимемо нормальний тиск P . Інтенсивність тиску всюди братимемо одиничною, оскільки в умовах лінійності моделі результати легко перерахувати на його довільну величину.

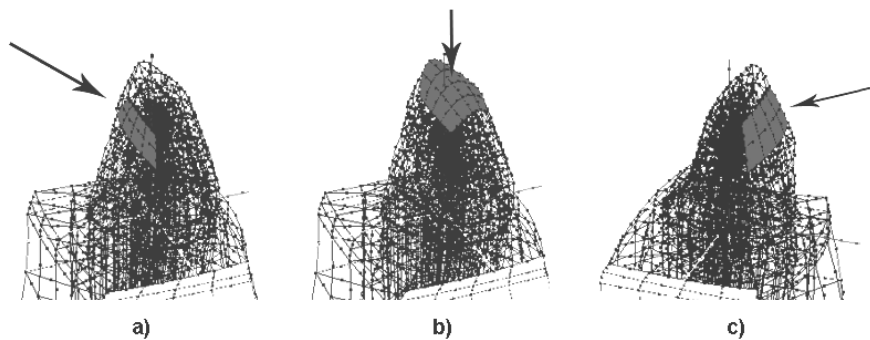


Рис. 3. Функціональне навантаження: а) лінгвальне; б) вертикальне; с) фронтальне навантаження

Складна фіброволоконна будова періодонту зумовлює нерегулярність його фізико-механічних параметрів: нелінійність величини жорсткості вздовж волокон і добре виражена анізотропія, зміна характеристик з часом (зокрема, відомо, що разом з відмиранням тканин зуба періодонт твердішає). Далі ми дослідимо залежність напружено-деформованого стану зуба саме від рівня твердості періодонту. Для

абстрагування від впливу інших чинників, що можуть маскувати шукану залежність, дослідження проводитимемо за припущення лінійності та ізотропності параметрів всіх тканин зуба.

В умовах описаної моделі провели низку числових експериментів для різних значень модуля Юнга періодонту в інтервалі від 5 МПа до $2 \cdot 10^4$ МПа. Найменше значення інтервалу відповідає його пружності у живому зубі, а найбільше – модулю Юнга дентину, тобто моделі, яка, фактично, вже не враховує наявність прошарку періодонту.

Для порівняння, крім крайніх випадків досліджуваного інтервалу, з його проміжних значень розглядатимемо величину модуля Юнга в $2 \cdot 10^2$ МПа, яку вважатимемо відповідною жорсткості періодонту у мертвому зубі.

Всюди далі напружено-деформований стан досліджуваної системи ілюструється розподілом головних нормальних напружень у поперечному (до зубного ряду) осьовому січенні зуба. Світлішим відтінком зображатимемо більші за величиною напруження, темним – слабо напружений стан. Розташування зон стискальних і розтягувальних зусиль всюди зрозуміле з контексту зображення.

Результати експериментування. В умовах лінгвального навантаження (рис. 3, а) за трьох зазначених значень модуля Юнга періодонту отримано такі розподіли головних нормальних напружень:

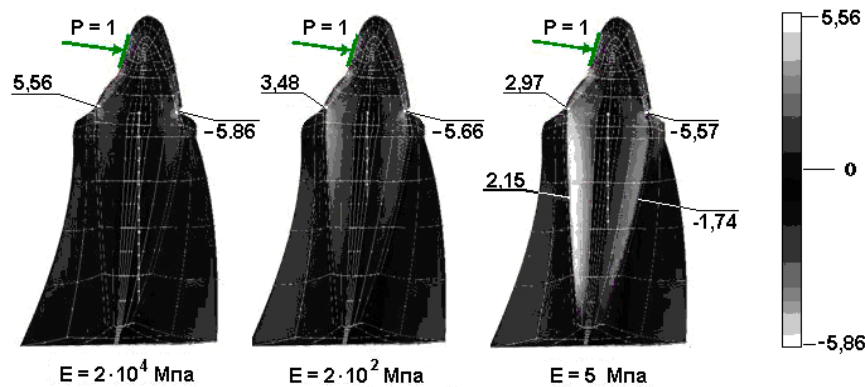


Рис. 4. Розподіли головних нормальних напружень у випадку лінгвального навантаження

Як і очікувалось, зменшення твердості періодонту приводить до розвантаження пришийкових ділянок зуба внаслідок перенесення частини внутрішніх зусиль на глибші приповерхневі шари дентину кореня, які контактують з періодонтом.

Показово, що зміна напрямку навантаження з горизонтального на здебільшого вертикальне (рис. 3, б) суттєвих змін у якісну картину головних нормальних напружень не вносить. Стискальні та розтягувальні напруження чітко розподіляються по обидва боки дентину зуба, біфуркаційно швидко міняючись місцями під час переходу напрямку навантаження через вертикальну його вісь. Для порівняння з рис. 4 на рис. 5 показана картина тих самих напружень у випадку нормального тиску на зображену на рис. 3, в фронтальну ділянку зуба.

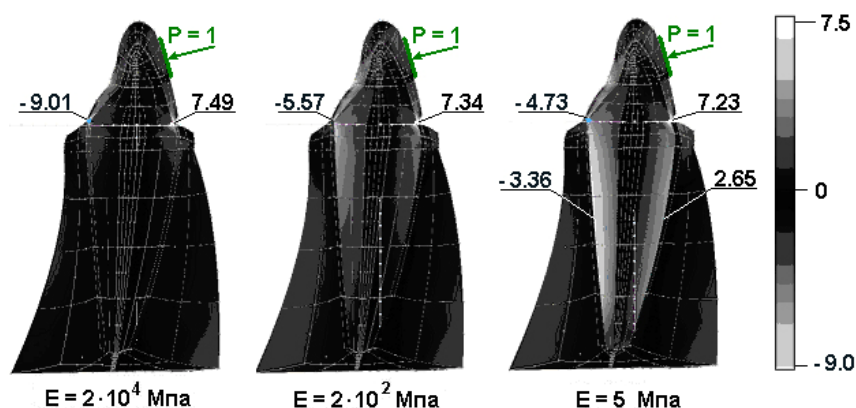


Рис. 5. Розподіли головних нормальних напружень у випадку нормального тиску

У всіх випадках навантаження характеристики “живого” періодонту забезпечують доволі близький до рівномірного розподіл максимальних напружень вздовж поверхні кореня. Цікаво, що ці характеристики природою підібрані таким способом, який не допускає значні концентрації НДС в область апексу кореня, утримуючи основні напруження в масивніших ділянках дентину. Отож, ставиться під сумнів поширена думка, що апекс кореня у “живому” зубі є однією з областей концентрації НДС.

Отримані результати дають змогу окремо зробити висновки щодо природи так званого клиновидного дефекту, який у багатьох працях [92] пов’язується з локалізацією напружень у пришийкових ділянках. Слабке місце цієї гіпотези - чисельно отримувані практично однакові концентрації напружень на внутрішній і на зовнішній стороні зуба, тоді як у реальних умовах клиновидний дефект простежується лише з лицевого боку. Порівняння результатів на рис. 4 та рис. 5 свідчить про те, що незалежно від напрямку навантаження саме за рахунок малої жорсткості періодонт у більшій мірі розвантажує внутрішні пришийкові ділянки, залишаючи практично незмінними концентрації в справжніх місцях появи клиновидного дефекту.

4. ВИСНОВКИ

- Модель “живого” зуба без врахування м’яких властивостей прошарку періодонту приводить до якісно неправильної картини розподілу НДС.
- Напруження від пришийкових ділянок саме періодонт рівномірно розподіляє по приповерхневих областях дентину кореня.
- Попри свою малість, жорсткість парадонтальних тканин живого зуба все ж залишається достатньою для недопущення концентрацій внутрішніх зусиль у район апексу кореня.
- Значно ефективніше періодонт розвантажує пришийкові ділянки з внутрішнього боку зуба, що підтверджує силову гіпотезу походження клиновидного дефекту.

ЛІТЕРАТУРА

1. Vandana K. L., Kartik M. Finite Element Method – Perio-Endo Concept // Endodontology. – 2004. – Vol. 16(2). – P. 38–41.
2. Zienkiewicz, O. C. and Taylor, R. L. The Finite Element Method, Vol. 3: The Basis, fifth ed., Butterworth-Heinemann, Oxford, 2000.
3. Provatidis C. G. et al. A Comparative FEM-study of Tooth Mobility Using Isotropic and Anisotropic Models of the Periodontal Ligament // Med Eng Phys. – 2000. – Vol. 22(5). – P. 359–370.
4. Гризодуб В. И., Чуйко А. Н., Бахуринский Н. Ю. Основные биомеханические характеристики тканей пародонта // Вісник стоматології. – 2001. – № 1. – С. 59–65.
5. Лециук С., Вовк В. Д. Тестування нової технології зубного протезування методами комп'ютерного моделювання // Вісн. Львів. ун-ту. Сер. прикл. математика та інформатика. – 2005. – Вип. 6. – С. 166–177.
6. Мандзюк Т., Вовк В. Огляд проблем комп'ютерного моделювання біомеханічних систем у стоматології // Вісн. Львів. ун-ту. Сер. прикл. математика та інформатика. – 2008. – Вип. 14. – С. 105–122.
7. Матвійчук О. Я. Некаріозні прищипкові ураження як наслідок функціональних зубо-щелепових патологій: Автореф. дис. на здоб. наук. ступ. канд. мед. наук. – Львів, 1997.
8. Наумович С. А., Крушевский А. Е., Кожич П. П. Визуализация полей напряжений в периодонте при действии произвольной силы // Науково-дослідна робота БДМУ. – 1999–2003.
9. Чуйко А. Н., Вовк В. Е. О роли и возможностях биомеханического анализа в имплантологии // Стоматолог. – 2004. – № 6. – С. 32-37; № 7. – С. 32-34.

**К МОДЕЛИРОВАНИЮ БИОМЕХАНИЧЕСКИХ КОНСТРУКЦИЙ
С МЯГКИМИ ПРОСЛОЙКАМИ****Т. Мандзюк, В. Вовк**

*Львовский национальный университет имени Ивана Франка,
ул. Университетская, 1, Львов, 79000, e-mail: kis@franko.lviv.ua*

Попытки заложить в исследуемую модель как можно больше свойств ее реального прототипа не всегда приводят к ожидаемому результату. Квалифицированное моделирование сложных систем предусматривает предварительные оценки взаимовлияния их главных параметров. В частности, в исследованиях биомеханических систем часто наталкиваются на проблему учета взаимодействия элементов различной жесткости. Типичным объектом таких задач является человеческий зуб со слоем мягкого периодонта, разделяющий достаточно жесткие дентин корня и кость альвеолярного ложа. Тонкость слоя провоцирует на упрощение его моделирования, начиная от полного игнорирования до замены определенными контактными соотношениями. С другой стороны, чрезмерно усложненные модели требуют неоправданно высоких затрат вычислительных ресурсов.

С применением высокоточных конечно-элементных моделей трехмерной задачи теории упругости оценено влияние жесткости слоя периодонта на качественную картину напряженно-деформированного состояния системы зуб-челюсть в условиях функциональной нагрузки. Кроме подтверждения полной несостоятельности моделирования живого зуба без учета геометрических и физико-механических параметров периодонта, констатируется

оптимальность определенных Природой показателей его жесткости относительно демпфирующих свойств парадонтальных тканей.

Ключевые слова: биомеханика в стоматологии, 3D метод конечных элементов, многослойные структуры

TO MODELING OF BIOMECHANICAL BODIES WITH SOFT ISSUES

T. Mandzyuk, V. Vovk

*Ivan Franko National University of Lviv,
Universytetska str, 1, Lviv, 79000, e-mail: kis@franko.lviv.ua*

Trying to take into modeling researches as many as possible features not always give the exact results. Qualitative modeling of complex systems needs prior estimation of its main parameters. In particular in dentistry biomechanics there is a problem of taking into consideration the interaction of bodies of different rigidity. Typical object of such problems is a human tooth with periodontal ligament (PDL). The thinness of this layer provokes to simplify its modeling beginning with complete ignoring and finishing its compensating by some contacts ratios. On the other hand too complex models need too large expenses of computing resources.

In this paper the influence of PDL rigidity level on qualitative picture of "tooth-jaw" system stress/strain stage under loading is investigated using accurate finite elements models of 3D elasticity theory. Impossibility of live tooth modeling without using some important geometrical and physical PDL parameters is confirmed. In addition to this the optimality of nature defined rigidity values as to amortizing features of periodontal issues is stated.

Key words: FEM modeling, periodontal ligament, anisotropy, tooth movement, biomechanics in dentistry

Стаття надійшла до редколегії 18.10.2010

Прийнята до друку 26.01.2011